

# NURBS早わかり

## Non-Uniform Rational B-Spline

### 第4章

### ノンユニフォームの話

# Outline

- Bスプライン関数
- Bezierの基底関数
- 基底関数はピラミッド
- Bスプライン基底関数
- ユニフォームな
- 5点にすると.....
- ノットベクトルを変える
- Bezier曲線に化ける
- ノットの値を変えてみる
- NUBSとUBS
- 点列を通せるか？

# Outline

- Bスプライン関数
- Bezierの基底関数
- 基底関数はピラミッド
- Bスプライン基底関数
- ユニフォームな
- 5点にすると.....
- ノットベクトルを変える
- Bezier曲線に化ける
- ノットの値を変えてみる
- NUBSとUBS
- 点列を通せるか？

# Bスプライン関数

- 2章 ( pp34 ~ 35 ) で既に書いてあること
- コントロールポイント (  $Q$  ) の係数  
–  $N$ とする。( Bスプライン基底関数 )

# Outline

- Bスプライン関数
- Bezierの基底関数
- 基底関数はピラミッド
- Bスプライン基底関数
- ユニフォームな
- 5点にすると.....
- ノットベクトルを変える
- Bezier曲線に化ける
- ノットの値を変えてみる
- NUBSとUBS
- 点列を通せるか？

# Bezierの基底関数

- Bezierにも基底関数あり
- コントロールポイント (Q) の係数
  - Bとする (Bernstein基底関数)
- Cauchy (コーシー) の定理
  - 座標変換に対して曲線の形状が変わらないための条件
  - 移動前、移動後で曲線の形状は変わらない...ということっぽい

# Outline

- Bスプライン関数
- Bezierの基底関数
- **基底関数はピラミッド**
- Bスプライン基底関数
- ユニフォームな
- 5点にすると.....
- ノットベクトルを変える
- Bezier曲線に化ける
- ノットの値を変えてみる
- NUBSとUBS
- 点列を通せるか？

# 基底関数はピラミッド (Bezier)

- Bernstein基底関数は再帰（漸化式）でも求めることができる。
- 階数と係数の関係がピラミッド型



# Outline

- Bスプライン関数
- Bezierの基底関数
- 基底関数はピラミッド
- **Bスプライン基底関数**
- ユニフォームな
- 5点にすると.....
- ノットベクトルを変える
- Bezier曲線に化ける
- ノットの値を変えてみる
- NUBSとUBS
- 点列を通せるか？

# Bスプライン基底関数

- BezierのBernstein基底関数に対する
- BスプラインのBスプライン基底関数
- これも漸化式で求められる
  - ノットベクトル
    - 一様増加（直線増加？）する値「ノット ( $t$ )」のベクトル
    - 次元数（ノットの数）は階数 $M$ （次数 + 1）と定義点数 $N$ （コントロールポイントの数と同じ）を足した数
- p92のピラミッドは基底関数を求める順番を示したものの

# Outline

- Bスプライン関数
- Bezierの基底関数
- 基底関数はピラミッド
- Bスプライン基底関数
- **ユニフォームな**
- 5点にすると.....
- ノットベクトルを変える
- Bezier曲線に化ける
- ノットの値を変えてみる
- NUBSとUBS
- 点列を通せるか？

## ユニフォームな

- ノットの間隔が一定しているノットベクトルから作られる曲線
  - (ノットは元々一様増加じゃないのか?)
- 一階微分のベクトル
  - 図の青い線
- 二階微分のベクトル
  - 図の緑の線

# Outline

- Bスプライン関数
- Bezierの基底関数
- 基底関数はピラミッド
- Bスプライン基底関数
- ユニフォームな
- 5点にすると.....
- ノットベクトルを変える
- Bezier曲線に化ける
- ノットの値を変えてみる
- NUBSとUBS
- 点列を通せるか？

## 5点にすると.....

- 曲線が2本（4点で1本だから）
- 一本目
  - 基底関数 $N(t)$ の $t \rightarrow (0以上1以下)$
- 二本目
  - 基底関数 $N(t)$ の $t \rightarrow (1以上2以下)$
- $M$ 階のUBSは $C^{M-2}$ 級
  - つまり、人間の目には4階（3次、 $C^2$ 級）で十分ということ。

# Outline

- Bスプライン関数
- Bezierの基底関数
- 基底関数はピラミッド
- Bスプライン基底関数
- ユニフォームな
- 5点にすると.....
- **ノットベクトルを変える**
- Bezier曲線に化ける
- ノットの値を変えてみる
- NUBSとUBS
- 点列を通せるか？

## ノットベクトルを変える

- ここで出てきた一様増加じゃないノットを持つノットベクトル
  - NURBSのNU ( Non Uniform )
- ノットの値を変えると曲線の形状も変わる



# Outline

- Bスプライン関数
- Bezierの基底関数
- 基底関数はピラミッド
- Bスプライン基底関数
- ユニフォームな
- 5点にすると.....
- ノットベクトルを変える
- Bezier曲線に化ける
- ノットの値を変えてみる
- NUBSとUBS
- 点列を通せるか？

# Bezier曲線に化ける

- ノットベクトルが  $(0,0,0,0,1,1,1,1)$  の NUBSはBezier曲線

# Outline

- Bスプライン関数
- Bezierの基底関数
- 基底関数はピラミッド
- Bスプライン基底関数
- ユニフォームな
- 5点にすると.....
- ノットベクトルを変える
- Bezier曲線に化ける
- ノットの値を変えてみる
- NUBSとUBS
- 点列を通せるか？

## ノットの値を変えてみる

- 接線ベクトルの大きさに注意しましょう。というお話。
- 接線ベクトルの大きさ \* ノットの増分としてやると良い感じ。

# Outline

- Bスプライン関数
- Bezierの基底関数
- 基底関数はピラミッド
- Bスプライン基底関数
- ユニフォームな
- 5点にすると.....
- ノットベクトルを変える
- Bezier曲線に化ける
- ノットの値を変えてみる
- NUBSとUBS
- 点列を通せるか？

# NUBSとUBS

- UBS（ノットの間隔が一定）
  - 速度一定のため、カーブで変な曲線が出来ることがある
- NUBS（ノットの間隔を調節可能）
  - 速度調節が可能のため、スムーズなカーブを描くことが可能
- ノンユニフォームの方が便利？

# Outline

- Bスプライン関数
- Bezierの基底関数
- 基底関数はピラミッド
- Bスプライン基底関数
- ユニフォームな
- 5点にすると.....
- ノットベクトルを変える
- Bezier曲線に化ける
- ノットの値を変えてみる
- NUBSとUBS
- 点列を通せるか？

## 点列を通せるか？

- 定義点は曲線上に無い点
- 通って欲しい点列を先に決めて、そこから定義点を求めることが可能